

一种确定自回归滑动平均模型最小阶次的新方法

邢铭宗¹, 赵飞¹, 姜歌东^{1,2}, 梅雪松^{1,2}

(1. 西安交通大学机械工程学院, 710049, 西安;

2. 西安交通大学机械制造系统工程国家重点实验室, 710049, 西安)

摘要: 针对经典 Akaike 信息准则(AIC)在模型定阶时缺少阶次范围下界而引起的模态遗漏问题, 根据稳态图和 AIC 准则, 提出了一种自回归滑动平均模型在模态参数辨识中的定阶方法. 该方法先利用稳态图能够鉴别真假模态的特点, 进行各阶模态频率的估计和均值的求取, 进而根据模态稳定性判定准则计算出阶次范围下界, 最后利用 AIC 准则确定最优的模型阶次. 仿真结果表明, 与经典 AIC 准则相比, 所提出的方法定阶后进行模态参数的辨识, 不仅识别出了经典 AIC 准则遗漏的第 3 阶模态参数(误差为 0.18%), 而且使第 1、2 阶模态参数的精度分别提高了 2.31% 和 6.31%. 对悬臂梁的模态实验结果表明: 该方法不仅辨识出了经典 AIC 准则遗漏的第 1 阶模态参数, 使其误差仅为 0.62%, 而且也大大提高了其他各阶模态参数的精度.

关键词: Akaike 信息准则; 自回归滑动平均模型; 稳态图; 模态参数

中图分类号: TB114; O211.61 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2011)12-0099-06

Novel Minimum Order Fixed Method for Autoregressive Moving Average Models

XING Mingzong¹, ZHAO Fei¹, JIANG Gedong^{1,2}, MEI Xuesong^{1,2}

(1. School of Mechanical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China;

2. State Key Laboratory for Manufacturing Systems Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: To address the missing mode of the classical Akaike information criterion (AIC) caused by the lack of lower bound as determining the model order, a novel autoregressive moving average model order estimation method based on the stabilization diagram and AIC for modal parameter identification is proposed. Since stabilization diagram can distinguish true modes from the false ones, the initial modal frequencies and the modal frequency mean values are estimated and calculated using stabilization diagram. Then the lower bound of the modal order is evaluated according to the modal stability criterion. And the optimal model order is determined in the light of AIC. The simulation results show that the third-order missing mode in the classical AIC is identified with error of 0.18%, and the accuracy for the first-order and second-order modal parameters is improved by 2.31% and 6.31% respectively. The experiments on a cantilever beam show that the proposed method makes up the first-order missing mode in the classical AIC with error of 0.18%, and the accuracy for the other order modal parameters is perfect.

Keywords: Akaike information criterion; autoregressive moving average model; stabilization diagram; modal parameter

为了提高数控机床的寿命及运行的稳定性, 通常在数控机床本体的设计过程中, 考虑其部件及整

收稿日期: 2011-04-25. 作者简介: 邢铭宗(1986—), 男, 硕士生; 姜歌东(通信作者), 女, 教授, 博士生导师. 基金项目: 国家重点基础研究发展规划资助项目(2011CB706805); 陕西省 2009 年重大科技创新专项资金资助项目(2009ZKC01-09).

网络出版时间: 2011-10-08

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/61.1069.T.20111008.0833.001.html>

机模态参数(刚度、阻尼、固有频率等)与控制系统的匹配特性,以避免共振区域,提高系统刚度.数控机床在实际工况下的模态参数受工作环境及条件的影响,与设计参数间存在着差异,而实际工况下的模态参数,对数控机床的工作稳定性及加工精度有较大影响.为了准确获得数控机床进给系统及机床的本体模态参数,需要对数控机床本体进行实验模态分析.一般情况下对服役状态下的数控机床进行模态实验较难对其进行模态激励,因此通常采用响应信号的模态参数辨识方法.

ARMA(autoregressive moving average)模型是时间序列模型通用的形式,适合做采用响应信号的模态分析,还可以利用 ARMA 模型对数控机床进行实际工况下的实验模态分析,以辨识模态参数.利用 ARMA 模型进行参数估计先要设定模型的阶次,而阶次设定的优劣对参数辨识结果有很大的影响,因此合理地确定模型阶次是准确建模的关键环节.在模型的阶次确定方法中,目前应用较多的是 Akaike 信息准则^[1].

经典 Akaike 信息准则从数学角度考虑模型残差的大小和阶次升高带来的不利影响,但缺乏对模型的物理认识,在模态分析时,可能导致无法辨识出所有模态,造成模态遗漏.考虑到模型的物理意义,阶次确定准则必须能够识别所有模态.在 Akaike 信息准则中,模型阶次范围均没有下界,在应用中很可能导致模型阶次的低估.

各种 Akaike 信息准则具有统一的形式,本文以 Akaike 信息准则(AIC)为基础,提出一种确定最小模型阶次的方法,该方法同样适用于 Akaike 信息准则的其他形式.该方法利用稳态图能够鉴别真假模态的特点,进行各阶模态频率初值的估计,以及均值的求取,再根据模态稳定性判定准则计算出阶次范围的下界,从而改进经典的 AIC 准则.

1 理论基础

1.1 经典 AIC 准则

根据 ARMA 模型的相关理论, Akaike 信息准则的统一形式为^[2-3]

$$F(p, q) = \ln \sigma_a^2 + \eta(p, N)(p + q)/N \quad (p \leq p_{\max}, \quad q \leq q_{\max}) \quad (1)$$

式中: N 为建模所用序列 x_i 的长度; σ_a^2 为 ARMA 模型残差的方差; p, q 分别为 ARMA 模型的自回归和滑动平均^[1]部分的阶次; $p_{\max}, q_{\max}$ 分别为 ARMA 模型的自回归和滑动平均部分的最大阶次,可以根据

据具体应用适当选取; $\eta(p, N)$ 为惩罚项的系数.

根据惩罚项系数的不同, Akaike 准则还包括 Bayesian 信息准则(BIC)、修正的 Akaike 信息准则(AIC_C)、统一的信息准则(GIC). 其中, AIC、BIC、AIC_C、GIC 准则的惩罚项系数分别为

$$\begin{aligned} \eta(p, N) &= 2; \quad \eta(p, N) = 2N/(N - p - 1) \\ \eta(p, N) &= \ln N; \quad \eta(p, N) = \rho + 1 \end{aligned}$$

$\eta(p, N)$ 一般取为 4.

1.2 改进的 AIC 准则

在 AIC 准则中, $\eta(p, N) = 2$, 则 AIC 准则的函数表示为

$$F(p, q) = \ln \sigma_a^2 + 2(p + q)/N \quad (p \leq p_{\max}, \quad q \leq q_{\max}) \quad (2)$$

在经典 AIC 准则中没有阶次范围下界的限制, 为能辨识出所有模态, 添加的下边界约束条件为

$$G(p, q) = \ln \sigma_a^2 + 2(p + q)/N \quad (p_{\min} \leq p \leq p_{\max}, \quad q_{\min} \leq q \leq q_{\max}) \quad (3)$$

式中: $p_{\min}, q_{\min}$ 分别为 ARMA 模型自回归部分和滑动平均部分的最小阶次. 式(3)即为改进后的 AIC 准则. 与经典 AIC 准则相比, 它给出了模型阶次的下界, 可以保证识别所有模态.

1.3 确定模型阶次下界

目前, 还没有确定模型阶次下界的方法, 本文根据稳态图在模态分析中的应用, 提出一种采用稳态图来确定阶次下界的方法.

1.3.1 稳态图原理 在模态分析方面, 稳态图的物理意义非常明确, 它能够鉴别真假模态, 帮助确定模型阶次的范围. 假定模型具有不同的阶数, 可以得到相应于不同阶数的 ARMA 模型, 逐次对各个阶次的模型进行模态参数辨识, 再以模态参数为横坐标, 阶次为纵坐标绘图, 就得到了稳态图. 在稳态图中, 真实模态和虚假模态都会出现, 随着模型阶次的增加, 虚假模态将会越来越多, 并且分布散乱, 没有规律, 而真实模态则始终保持稳定^[4], 利用这一特性, 稳态图可以更直观地识别真实模态与虚假模态. Peeters 等^[5]应用 PolyMAX 方法分析汽车激励的实验数据, 剔除了虚假模态, 得出了清晰的稳态图. 因此, 稳态图可以确定真实模态的个数, 并能帮助确定模型阶次的范围.

1.3.2 确定阶次范围下界 根据稳态图的特性, 本文引入稳态图作为确定模型阶次下界的工具, 用以确定最小模型阶次, 基本步骤如下.

步骤 1 模型阶次(p, q)由低到高, 对响应信号建立 ARMA 模型, 估计模型参数. 对于机械系统, AR-

MA 模型自回归部分的阶次为 $2n, n(n \geq 1)$ 为系统自由度的个数. ARMA 模型的建立采用工程应用最广泛的 $(2n, 2n-1)$ 方案^[6], 即建立 p 为 $2n, q$ 为 $2n-1$ 的 ARMA 模型. 利用 ARMA 模型的模态参数辨识方法计算不同阶次下的各阶模态频率, 并制作出稳态图.

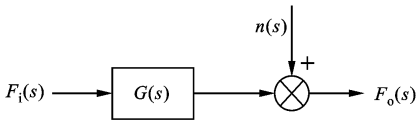
步骤 2 在稳态图中, 稳定极点的横坐标都保持在某一个频率附近, 它们在竖直方向上排列整齐, 形成一条近似与横轴垂直的竖线. 稳态图上出现的由稳定极点所形成的竖线的条数即为可以辨识的模态阶数 m , 各条竖线所对应的横坐标值则为各阶模态频率的估计值 $f_{0i} (i=1, 2, \dots, m)$. 设各阶模态的频率阈值为 $\delta_i (i=1, 2, \dots, m)$, δ_i 的取值为 $0.01 \sim 0.05$, 具体可根据剔除虚假模态后稳态图的清晰程度作适当调整. 为了防止剔除真实模态, δ_i 可适当取较大的值^[7], 若 $(|f_i - f_{0i}| / f_{0i}) > \delta_i$, 则该频率视为虚假模态, 予以剔除, 否则保留.

步骤 3 计算剔除虚假模态后不同阶次下模态频率的均值 $\overline{f_i} (i=1, 2, \dots, m)$, 求取不同阶次下模态频率的均值, 即 $|f_i - \overline{f_i}| / \overline{f_i}$. 同时, 根据模态稳定性判定准则, 设各阶模态的频率容差^[8] $\epsilon = 1\%$.

步骤 4 模型阶次 (p, q) 由低到高进行搜索, 当各阶计算模态频率与频率均值之差都在频率容差范围内, 即 $(|f_i - \overline{f_i}| / \overline{f_i}) < \epsilon$ 时, 则停止搜索, 当前 (p, q) 值即为最小模型阶次, 记为 $(p_{\min}, q_{\min})$.

2 仿真与分析

为对比本文提出的模型定阶方法与经典 AIC 信息准则所辨识的模态参数的精度, 本文以一个六阶振动系统为例进行仿真和分析, 其仿真模型框图如图 1 所示.



$F_i(s)$: 系统单位脉冲输入的拉氏变换; $F_o(s)$: 系统输出的拉氏变换; $G(s)$: 系统的传递函数; $n(s)$: 白噪声干扰的拉氏变换

图 1 振动系统仿真模型框图

仿真系统的传递函数

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 2\zeta_1\omega_1s + \omega_1^2} \frac{1}{s^2 + 2\zeta_2\omega_2s + \omega_2^2} \cdot \frac{1}{s^2 + 2\zeta_3\omega_3s + \omega_3^2}$$

式中: $\zeta_i (i=1, 2, 3)$ 为系统的各阶阻尼比; $\omega_i (i=1,$

$2, 3)$ 为系统的各阶模态圆频率. 取 $\zeta_1 = 0.01, \omega_1 = 100 \text{ rad/s}; \zeta_2 = 0.02, \omega_2 = 200 \text{ rad/s}; \zeta_3 = 0.02, \omega_3 = 300 \text{ rad/s}$. 利用 $\omega = 2\pi f$ 得到系统的各阶模态频率 $f_1 = 15.92 \text{ Hz}, f_2 = 31.83 \text{ Hz}, f_3 = 47.75 \text{ Hz}$. 对系统的输出信号进行采样 (见图 2), 采样频率为 200 Hz , 采样点数为 $1\ 010$. 对输出信号建立 ARMA 模型, 识别模型参数和模态频率, 建立的稳态图如图 3 所示.

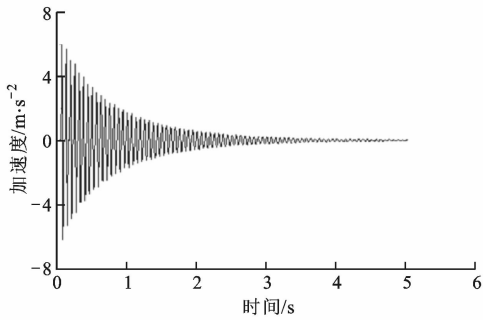


图 2 振动系统仿真模型的输出信号

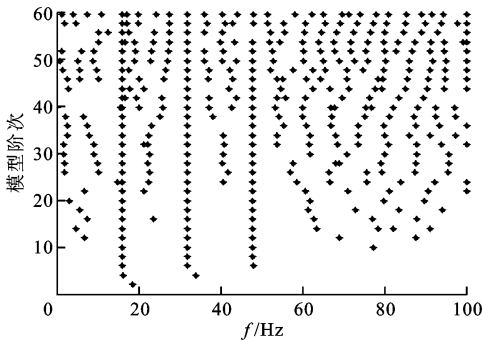


图 3 振动系统的稳态图

从图 3 中确定模态个数为 3, 初步估计各阶模态频率分别为 $15.9, 31.9$ 和 47.7 Hz . 设各阶模态频率 f 的阈值分别为 $0.03, 0.03, 0.04$, 剔除虚假模态, 计算出各阶模态频率的均值分别为 $15.92 \text{ Hz}, 31.84 \text{ Hz}, 47.59 \text{ Hz}$. 设各阶模态频率的容差为 1% , 阶次由低到高开始搜索, 当 $p=6$ 时, 各阶模态频率都在频率容差范围内, 即 $p_{\min} = 6$, 最大模型阶次取稳态图中的最高阶次 $p_{\max} = 60$. 计算不同阶次下的 $G(p, q)$, 结果如图 4 所示.

根据计算出的 $G(p, q)$ (见图 4), 利用经典 AIC 准则确定出的最佳模型阶次为 4, 而利用本文改进的 AIC 准则确定出的最佳模型阶次为 6. 根据这些模型阶次, 利用 ARMA 模型进行模态参数辨识, 并将辨识结果与理论值进行了对比 (见表 1).

利用经典 AIC 准则将阶次 p 定为 4, 而仿真模型的理论阶次为 6. 经典 AIC 准则定阶后, 利用 ARMA 模型模态参数辨识方法可识别出系统的第 1、2

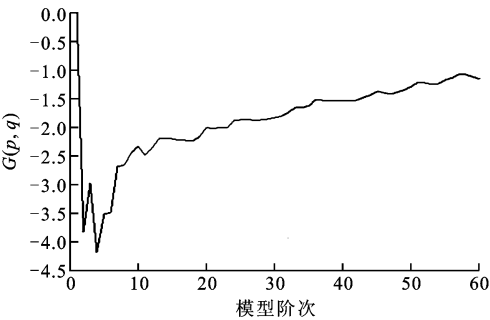


图 4 $G(p,q)$ 值随模型阶次的变化曲线

表 1 不同准则识别的模态频率比较

阶次估计 准则	p		f_1/Hz		误差/%
	估计值	理论值	估计值	理论值	
经典 AIC	4	6	16.30	15.92	2.37
改进的 AIC	6	6	15.91	15.92	0.06

阶次估计 准则	f_2/Hz		误差/%	f_3/Hz		误差/%
	估计值	理论值		估计值	理论值	
经典 AIC	33.89	31.83	6.49	47.75		
改进的 AIC	31.88	31.83	0.18	47.84	47.75	0.18

阶模态频率,识别误差分别为 2.37%和 6.49%,但不能识别第 3 阶模态频率.利用本文提出的结合稳态图的 AIC 准则估计的模型阶次为 6,与理论值相等,识别第 1、2 阶模态参数的误差分别为 0.06%、0.18%,比经典 AIC 准则的识别误差分别减小了 2.31%、6.31%.同时,本文方法较精确地识别出了系统的第 3 阶模态频率,辨识误差为 0.18%.因此,根据本文提出的结合稳态图的 AIC 准则解决了经典 AIC 准则的模态遗漏问题,从而提高了 ARMA 模型模态参数的辨识精度.

3 实验结果与分析

为了更进一步验证本文所提出方法的有效性,构建了模态实验中常用的悬臂梁模态实验台,如图 5 所示.悬臂梁试件材料采用 45 钢,横截面为矩形,其长 $L=0.535\text{ m}$,宽、高分别为 $B\times H=0.012\text{ m}\times 0.002\text{ m}$.试件的弹性模量 $E=206\text{ GPa}$,泊松比 $\mu=0.3$,材料密度 $\rho=7\,850\text{ kg/m}^3$.测试中采用力锤敲击作为脉冲激励源进行激励,并采用压电式加速度传感器对试件的响应信号进行拾取.

采用 Kistler 公司的 8702B100M1 加速度传感器,其灵敏度为 $49.81\text{ mV}/(\text{m}\cdot\text{s}^{-2})$,量程为 $\pm 1\,000\text{ m/s}^2$,频率范围为 $0.5\sim 10\text{ kHz}$.采集系统采用东华 DH-5927 动态信号测试系统,通道数为 16,最大采样频率为 256 kHz ,系统的准确度小于 0.5%(满量程测试),系统每小时的稳定度小于 0.05%,线性度

为 0.05%,失真度小于 0.5%.

根据文献[9],悬臂梁的前 4 阶理论模态频率

$$\omega_i = \frac{\alpha_i}{L^2} \left(\frac{EI}{\rho} \right)^{1/2}, \quad i = 1, 2, 3, 4$$

式中: $\alpha_1 = 3.516$; $\alpha_2 = 22.03$; $\alpha_3 = 61.70$; $\alpha_4 = 120.9$; I 为梁横截面的惯性矩.利用 $\omega = 2\pi f$ 计算出悬臂梁各阶模态频率的理论值,分别为 $f_1 = 57.82\text{ Hz}$, $f_2 = 364.71\text{ Hz}$, $f_3 = 1\,014.7\text{ Hz}$, $f_4 = 1\,988.3\text{ Hz}$.对悬臂梁的响应信号进行测试,信号的采样点数为 2 510,采样频率为 5 000 Hz,结果如图 6 所示.

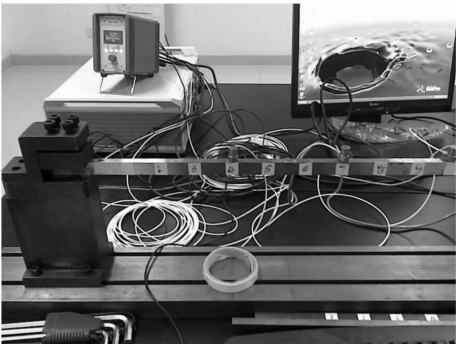


图 5 悬臂梁模态实验台

对悬臂梁的输出信号建立 ARMA 模型,其阶次由低到高,利用 ARMA 建模方法估计模型参数,并用模态参数辨识方法识别出模态频率,建立的稳态图如图 7 所示.

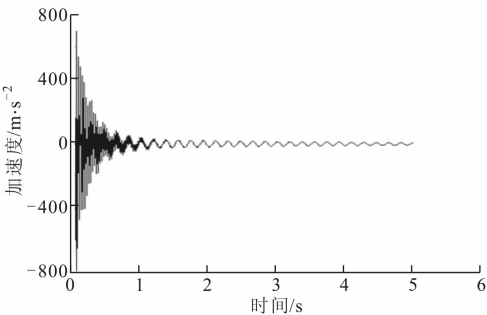


图 6 悬臂梁的响应信号

从稳态图中确定模态阶数为 4,初步估计的各阶模态频率分别为 56、365、986 和 1 898 Hz,设定各阶模态频率的阈值分别为 0.03、0.03 0.04 和 0.04,剔除了虚假模态,计算出的各阶模态频率均值分别为 55.03、364.13、984.91 和 1 904.1 Hz.设定各阶模态频率的容差为 1%,阶次由低到高开始搜索,当 $p=16$ 时,各阶模态频率都在频率容差范围内,即 $p_{\min}=16$.最大模型阶次取稳态图中的最高模型阶次 60.计算不同阶次下的 A_{IC} 值,如图 8 所示.

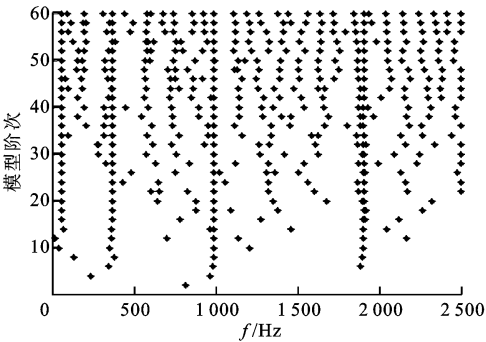


图 7 悬臂梁的稳态图

如表 2 所示,分别用经典 AIC 准则和结合稳态图的 AIC 准则估计模型阶次,辨识模态参数,并和理论值相对比.从表 2 可以看出,利用经典 AIC 准则定阶后,进行模态参数辨识,遗漏了第 1 阶模态参数,第 2、3、4 阶模态频率的识别误差分别为 0.74%、3.00%和 4.55%.利用本文提出的结合稳态图的 AIC 准则定阶后,识别第 2、3、4 阶模态参数的误差分别为 0.64%、2.96 %和 4.40%,均小于经典 AIC 准则的识别误差.同时,本文方法较精确地识别出了经典 AIC 准则所遗漏的第 1 阶模态频率,辨识误差为 0.62%.因此,根据本文提出的结合稳态图的 AIC 准则不仅解决了经典 AIC 准则的模态遗漏问题,而且提高了 ARMA 模型模态参数的辨识精度.

表 2 不同准则所识别的模态频率的比较						
阶次估计 准则	估计 阶次 (p,q)	f_1/Hz		误差/%	f_2/Hz	
		估计值	理论值		估计值	理论值
经典 AIC	(12,11)		57.8		365.06	362
改进的 AIC	(16,15)	57.5	57.8	0.62	364.71	362

阶次估计 准则	f_3/Hz		误差/%	f_4/Hz		误差/%
	估计值	理论值		估计值	理论值	
经典 AIC	984	1 015	3.00	1 898	1 988	4.55
改进的 AIC	985	1 015	2.96	1 901	1 988	4.40

4 结 论

经典的 AIC 准则仅从数学模型考虑模型阶次,而未考虑研究对象的物理意义,由于没有模型阶次范围的下界,因此导致了模态参数的遗漏和辨识结果的可信度不高.本文提出了一种利用稳态图确定阶次范围下界的方法,改进了经典 AIC 准则.仿真和实验结果表明:由本文所提的方法确定模型阶次后进行模态参数辨识,不仅识别出了经典 AIC 准则

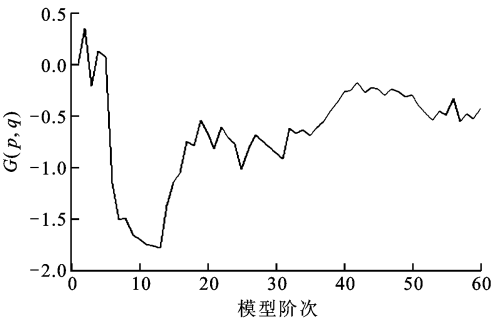


图 8 $G(p,q)$ 值随模型阶次的变化曲线

所遗漏的模态参数,而且提高了其他各阶模态参数的辨识精度.

参考文献:

[1] LIANG Gang, WILKES D M, JAMES A C. ARMA model order estimation based on the eigenvalues of the covariance matrix [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1993, 41(10): 3003-3009.

[2] STOICA P, SELEN Y. Model-order selection: a review of information criterion rules [J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2004,21(4): 36- 47.

[3] HANNAN E J. The estimation of the order of an AR-MA process [J]. The Annals of Statistics, 1980, 8(5): 1071-1081.

[4] SCIONTI M, LANSLOTS J P. Stabilisation diagrams: pole identification using fuzzy clustering techniques [J]. Advances in Engineering Software, 2005 (36): 768-779.

[5] PEETERS B, VAN DER AUWERAER H, GUILLAUME P, et al. The polyMAX frequency-domain method: a new standard for modal parameter estimation? [J]. Shock and Vibration, 2004, 11 (3/4): 395-409.

[6] 杨叔子,吴雅,轩建平,等. 时间序列分析的工程应用 [M]. 武汉:华中科技大学出版社,2007: 266-269.

[7] HEYLEN W, LAMMENS S, SAS P. Modal analysis theory and testing [M]. Leuven, Belgium: Katholieke Universiteit Leuven, 1997:195-196.

[8] VAN DER AUWERAER H, PEETERS B. Discriminating physical poles from mathematical poles in high order systems: use and automation of the stabilization diagram [C]// Proceedings of the 21st IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference. Como, Italy: IMTC, 2004: 2193-2198.

[9] CHOPRA A K. Dynamics of structures: theory and applications to earthquake engineering [M]. Berkeley, USA: Pearson Prentice Hall, 2007: 635-637.

(编辑 管咏梅)